***09.02.06 «Сетевое и системное администрирование»***

***ЕН.02 Дискретная математика***

***СА50-1-22, СА50-2-22, СА50-3-22, СА50-4-22***

Дифференцированный зачёт. Мотыльков Константин Владимирович

***Вопросы по дисциплине***

1. Понятие высказывания. Основные логические операции. Формулы логики. Таблица истинности и методика её построения.
2. Законы логики. Равносильные преобразования.
3. Понятие булевой функции. Способы задания ДНФ, КНФ.
4. Минимизация ДНФ.
5. Операция двоичного сложения и её свойства. Многочлен Жегалкина.
6. Основные классы функций. Полнота множества. Теорема Поста.
7. Общие понятия теории множеств. Способы задания. Основные операции над множествами и их свойства.
8. Графическое изображение множеств на диаграммах Эйлера-Венна.
9. Декартово произведение множеств. Отношения. Бинарные отношения и их свойства.
10. Теория отображений. Алгебра подстановок.
11. Понятие предиката. Логические операции над предикатами.
12. Кванторы существования и общности. Построение отрицаний к предикатам, содержащим кванторные операции.
13. Основные понятия теории графов. Виды графов: ориентированные и неориентированные графы.
14. Способы задания графов. Матрицы смежности и инциденций для графа.
15. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Деревья.
16. Основные определения теории автоматов.
17. Машина Тьюринга.
18. Конечные автоматы.

***Примерные задачи по дисциплине***

1. Упростите формулу, пользуясь законами алгебры логики:



1. Используя основные эквивалентности, постройте для формулы:

((X↓Y)⋁(Z⊕X) )→Y

 где ↓ - "стрелка Пирса", а ⨁ –"исключающее или" эквивалентную минимальную ДНФ.

1. Найти многочлены Жегалкина для следующих функций. Считаем, что наборы их аргументов упорядочены лексикографически.

а) **f = (01101000)**;

б) **g = (10101100)**;

1. Проверьте тождество:



1. Постройте по таблице истинности функции совершенные ДНФ и КНФ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **x** | **y** | **z** | **F** |
| **0** | **0** | **0** | **1** |
| **0** | **0** | **1** | **1** |
| **0** | **1** | **0** | **1** |
| **0** | **1** | **1** | **0** |
| **1** | **0** | **0** | **1** |
| **1** | **0** | **1** | **0** |
| **1** | **1** | **0** | **0** |
| **1** | **1** | **1** | **0** |

1. Изобразить диаграмму Эйлера, задающую множества А, В и С (A∩B∩C≠∅), и обозначить на ней штриховкой множество



1. Задать с помощью графа бинарное отношение в множестве M = {a, b, c, d}, являющееся одновременно рефлексивным, симметричным и транзитивным.
2. Определить нейтральный элемент группоида A = 〈M, S〉 с носителем М и сигнатурой S. М = B(1), S = {⋃}, где B(1) − булеан от универсума 1 = {a,b,c}, ⋃ ‑ операция объединения множеств. Выяснить, является ли этот группоид идемпотентным группоидом, абелевым группоидом, полугруппой, абелевой полугруппой, группой, абелевой группой.
3. Пусть А = {0,1}, В = {а, b, с}. Определите множества А×В и В×А.
4. Привести к предварённой нормальной форме формулу



1. Изобразите на плоскости область истинности предиката:



1. Предположим, что P(x, y) означает «x - родитель y», а M(x) означает «x - это мужчина».



Определите, какое из следующих утверждений означает формула F(v, w).

а) v - это брат w;

б) v - это племянник w;

в) v - это дядя w;

г) v - это дед w;

д) v - это двоюродный брат w.

1. Равносильны ли предикаты или один из них является следствием другого?



1. Постройте граф отношения «x + y ≤ 6» на множестве M={1,2,3,4,5}. Постройте его матрицу смежности и инциденций. Найдите степени и окружение каждой вершины.
2. Граф задан матрицей смежности:



Является ли граф эйлеровым (гамильтоновым)? В случае положительного ответа постройте в нем эйлеров (гамильтонов) цикл.

1. Задан ориентированный граф G = 〈V, E〉, где V = {a,b,c,d}, E ={(a,b), (a,c), (a,a), (b,a), (b,b), (c,a), (c,d), (d,b)}. Постройте представления в виде матрицы смежности, матрицы инцидентности и списков смежности.
2. Является ли заданный неориентированный граф G = 〈V, E〉 двудольным?

V = {a, b, c, e, f, g, h, k, m, n}, E = {(a, h),(a, n),(a, k),(b, k),(b, f),(b, m), (c, k), (c, h), (e, f),(e, g), (f, a),(f, m),(g, m),(m, n)}.

Если он не двудольный, то какие рёбра в нём нужно удалить, чтобы он стал двудольным?

1. Найти граф *G* с минимальным числом вершин n>1, такой, что *G* и *G* оба связны.
2. Найдите число рёбер в полном n-вершинном графе.
3. Пусть ∑={a,b}, Q={0,1,2,3}, F={3}, а функция переходов Φ конечного автомата-распознавателя A=〈∑,Q,0,F,Φ〉 задана таблицей:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Q \ ∑** | **a** | **b** |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 2 |
| 2 | 3 | 0 |
| 3 | 1 | 2 |

Докажите, что этот автомат распознаёт язык, состоящий из слов в алфавите {a,b}, оканчивающихся на ***aba***.

1. Построить машину Тьюринга, которая переводит любую начальную конфигурацию вида q0n1k (n,k>0) в заключительную конфигурацию !0, если n > k > 0, и в заключительную конфигурацию !1 в противном случае (! заключительное состояние).
2. Пусть задан конечный автомат-преобразователь

A=〈∑x={0, 1}, ∑y={А, Р, Т}, Q={0, 1, 2, 3}, 0, Φ, Ψ〉, где Φ/Ψ заданы таблицей:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Q**\**∑x** | **0** | **1** |
| **0** | 0/Т | 1/А |
| **1** | 2/Р | 3/Т |
| **2** | 1/А | 2/Т |
| **3** | 1/А | 3/Р |

В какое слово автомат ***A*** преобразует слово ***010100***?